Übungsblatt 2: Wellen

Allgemeine und anorganische Chemie

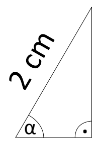
Musterlösung

Aufgabe 1 „Sinus und Kosinus"

a)

Es wird angenommen, dass das Dreieck rechtwinklig ist.

Es hat also folgende Gestalt.



Nach dem Satz von Pythagoras gilt für ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten *a* und *b* und der Hypotenuse *c* :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

O.B.d.A sei *a* die Ankathete und *b* die Gegenkathete des Winkels α.

Durch Anwendung der Formel folgt:

$$\begin{aligned}
&a^2 + b^2 = c^2 \\
&\Leftrightarrow (1\ cm)^2 + b^2 = (2\ cm)^2 \\
&\Leftrightarrow 1\ cm^2 + b^2 = 4\ cm^2 \mid -1\ cm^2 \\
&\Leftrightarrow b^2 = 3\ cm^2 \mid \sqrt{\ } \\
&b = \sqrt{3}\ cm \approx 1{,}73\ cm
\end{aligned}$$

Also hat die Gegenkathete eine Länge von $\sqrt{3}\ \ cm$.

Es folgt:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\sqrt{3}\ cm}{2\ cm} = \frac{\sqrt{3}\ cm}{\sqrt{4}\ cm} = \sqrt{\frac{3}{4}} \approx 0{,}87$$

$$\sin(\alpha) = \sqrt{\frac{3}{4}} \mid \circ \sin^{-1}$$

$$\sin^{-1}(\sin(\alpha)) = \sin^{-1}(\sqrt{\frac{3}{4}})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \sin^{-1}(\sqrt{\frac{3}{4}}) = 60\ °$$

Der Sinus des Winkels beträgt also $\sqrt{\frac{3}{4}}$ und der Winkel beträgt 60°.

b)

$90° \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}$ im Bogenmaß $\sin(90°)=1$ $\cos(90°)=0$

$180° \Leftrightarrow \pi$ im Bogenmaß $\sin(180°)=0$ $\cos(180°)=-1$

$270° \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2}$ im Bogenmaß $\sin(270°)=-1$ $\cos(270°)=0$

$360° \Leftrightarrow 2\pi$ im Bogenmaß $\sin(360°)=0$ $\cos(360°)=1$

c)

Liegt ein Punkt (*x*, *y*) auf dem Einheitskreis mit dem Mittelpunkt im Koordinaten-Ursprung, so gilt für den Winkel α zwischen der x-Achse und der Geraden durch den Punkt und den Ursprung: $\sin(\alpha)=y$

Aufgabe 2 „harmonische Wellen"

a) $f(x)=A\cdot\sin(\frac{2\pi\cdot x}{\lambda}+\varphi)$

Bedeutung der Parameter:

- Wahl der Sinusfunktion: Eine harmonische Welle lässt sich durch eine Sinus-Funktion approximieren.
- Multiplikation mit der Amplitude A: Die Funktionswerte sollen nicht im Intervall [-1, 1], sondern im Intervall [-A, A] liegen, da die Amplitude die maximale Auslenkung einer Welle ist. Dafür werden die Funktionswerte einfach mit der Amplitude multipliziert.
- Multiplikation von x mit $\frac{2\pi}{\lambda}$: Bei x = λ ist eine Wellenlänge erreicht, es beginnt also eine neue Welle. Die Sinusfunktion wiederholt sich bei x = 2π. Durch die Multiplikation wiederholt sich die Funktion also bei x = λ, da dann $\frac{x\cdot 2\pi}{\lambda}=\frac{\lambda\cdot 2\pi}{\lambda}=2\pi$
- Addition von x mit φ: Verschiebung der Welle um φ

b)

Gegeben ist:

$c = 2{,}99\cdot 10^8\ \frac{m}{s}$ $\quad \upsilon = 5\ s^{-1}$ $\quad A = 10^{-7}$ m $\quad \varphi = 0m$

$$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{2{,}99\cdot 10^8\ \frac{m}{s}}{5\ s^{-1}}=5{,}98\cdot 10^7\ m$$

Daraus ergibt sich die harmonische Wellengleichung

$$f(x)=10^{-7}\ m\cdot\sin(\frac{2\pi\cdot x}{5{,}98\cdot 10^7\ m})$$

Und für x = 1000m: $f(1000)=10^{-7}\ m\cdot\sin(\frac{2\pi\cdot 1000m}{5{,}98\cdot 10^7\ m})\approx 1{,}05\cdot 10^{-11}$