



Übungsblatt 2

Seminar 18 A : Gruppentheorie

Aufgabe 1: Gruppen (allgemein) (3 + 2 + 4 + 4 = 13 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{C}, +)$ eine Gruppe ist.
- b) Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

$$(3 + 2i) + (7 - 3i)$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

- c) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{C}, +) \cong (\mathbb{R}^2, +)$.
- d) Zeigen Sie, dass $f: (\mathbb{Q}, +) \rightarrow (\mathbb{Q}, +) \quad x \mapsto \frac{1}{x}$ ein Automorphismus ist.

Aufgabe 2: Gruppenoperationen (4 + 2 + 5 = 11 Punkte)

Sei $G = (\mathbb{Z}_5, \cdot)$ und $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

$$\tilde{\rho}: (G \times X) \rightarrow X \quad g \cdot x = g^2 \cdot x$$

- a) Zeigen Sie, dass $\tilde{\rho}$ eine Gruppenoperation ist, indem Sie die Eigenschaften nachprüfen.
- b) Definieren Sie die dazu entsprechende Abbildung ρ_3 .
- c) Berechnen Sie $\rho_3(0)$, $\rho_3(1)$, $\rho_3(2)$, $\rho_3(3)$, $\rho_3(4)$ und $\rho_3(5)$.