



Übungsblatt 3

Seminar 18 A : Gruppentheorie

Aufgabe 1: Gruppen (2 + 2 + 2 + 2 = 8 Punkte)

Betrachten Sie die Struktur $(\mathbb{R}^+, \cdot)$.

- a) Gilt für diese Struktur das Assoziativitätsgesetz?
- b) Was ist das neutrale Element?
- c) Was ist das multiplikative Inverse für ein $a \in \mathbb{R}$?
- d) Ist die Struktur also eine Gruppe?

Aufgabe 2: Gruppenhomomorphismus (5 + 2 + 2 + 5 = 14 Punkte)

Seien $G = (\mathbb{Z}, +)$ und $H = (\mathbb{Z}^+, \cdot)$ zwei Gruppen.

Sei $f: G \rightarrow H$ $g \mapsto 10^g$ eine Funktion.

- a) Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

- 1.) $2 + 3 =$
- 2.) $10^2 =$
- 3.) $10^3 =$
- 4.) $10^2 \cdot 10^3 =$
- 5.) $10^{(2+3)} =$

Schreiben Sie bei jeder Rechnung dazu, ob

- 1. es eine Verknüpfung zweier Elemente in G ist
 - 2. es eine Verknüpfung zweier Elemente in H ist oder
 - 3. die Funktion f angewandt wurde.
- b) In welcher Gruppe werden die Bilder, in welcher die Urbilder der Funktion verknüpft?
 - c) In Aufgabe a) sind die Ergebnisse in 4.) und 5.) gleich. Formulieren Sie das entsprechende Potenzgesetz.
 - d) Zeigen Sie nun, dass f ein Gruppenhomomorphismus ist.